Ako je $q < \infty$, primenom Helderove nejednakosti sa konjugovanim indeksima $r = \frac{q}{p} > 1$ i $s = \frac{q}{q-p} > 1$, $\frac{1}{r} + \frac{1}{s} = 1$, dobijamo s obzirom da je $\mu(X) < \infty$ te $1 \in L^s$,

$$\|f\|_p^p = \int_X |f|^p \cdot 1 \, d\mu \leq \|f^p\|_{\frac{q}{p}} \|1\|_{\frac{q}{q-p}} = \|f\|_q^p \mu(X)^{\frac{q-p}{q}}.$$

■

Primer 8.3. Posmatrajmo prostor nizova l^p datih u Primeru 8.1, $1 \leq p \leq \infty$. Za meru prebrojavanja μ ne važi uslov iz Propozicije 8.3 jer je $\mu(\mathbf{N}) = \infty$. U prostoru nizova važi upravo obrnuta inkluzija: ako je $p < q$, tada je $l^p \subseteq l^q$. Zaista, ako je $(x_n)_n$ niz u l^p tada iz $\sum_{n=1}^{\infty} |x_n|^p < \infty$ i činjenice da opšti član konvergentnog reda teži nuli sledi da postoji $n_0 \in \mathbf{N}$ takav da je $|x_n| \leq 1$, $n \geq n_0$. To implicira $|x_n|^q \leq |x_n|^p$, $n \geq n_0$. Sada iz $\sum_{n=n_0}^{\infty} |x_n|^q \leq \sum_{n=n_0}^{\infty} |x_n|^p < \infty$ sledi da je $(x_n)_n \in l^q$.

Primer 8.4. Neka je $X = [0, \infty)$ i m Lebegova mera. Jasno, $m(X) = \infty$. Neka je $p < q$. Pokazaćemo da $L^p \nsubseteq L^q$ i $L^q \nsubseteq L^p$. Zaista, za funkciju $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} \kappa_{(0,1)}(x)$ važi da je $f \in L^1$ ali $f \notin L^2$. S druge strane, za funkciju $g(x) = \frac{1}{x} \kappa_{[1,\infty)}(x)$ važi da je $g \in L^2$ ali $g \notin L^1$.